

Seqüências Numéricas

É uma seqüência composta por números que estão dispostos em uma determinada ordem pré-estabelecida.

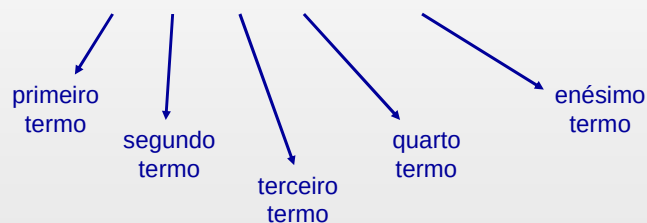
Alguns exemplos de seqüências numéricas:

- $(2, 4, 6, 8, 10, 12, \dots)$ → é uma seqüência de números pares positivos.
- $(0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots)$ → é uma seqüência de números naturais.
- $(1, 4, 9, 16, 25, 36, \dots)$ → é uma seqüência de quadrados perfeitos.
- $(10, 15, 20, 25, 30)$ → é uma seqüência de números múltiplos de 5, maiores que cinco e menores que 35.

Vale para qualquer seqüência numérica:

$(a_1, a_2, a_3, a_4, \dots, a_n)$ seqüência finita.

$(a_1, a_2, a_3, a_4, \dots, a_n, \dots)$ seqüência infinita.



Para obtermos os elementos de uma seqüência é preciso ter uma lei de formação da seqüência.

Por exemplo: $a_n = 2^n + 1$, $n \in \mathbb{N}^*$

Determine os cinco primeiros elementos dessa seqüência:

$$a_n = 2^n + 1$$

primeiro termo	$n = 1$	$a_1 = 2^1 + 1$	$a_1 = 3$
segundo termo	$n = 2$	$a_2 = 2^2 + 1$	$a_2 = 5$
terceiro termo	$n = 3$	$a_3 = 2^3 + 1$	$a_3 = 9$
quarto termo	$n = 4$	$a_4 = 2^4 + 1$	$a_4 = 17$
quinto termo	$n = 5$	$a_5 = 2^5 + 1$	$a_5 = 33$

Logo a seqüência será: (3, 5, 9, 17, 33, ...)

Progressão Aritmética – P.A.

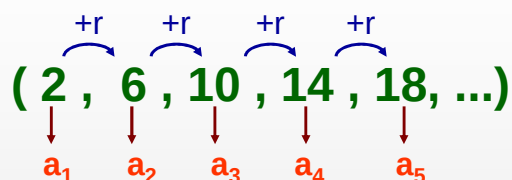
Observe as seqüências numéricas abaixo:

- (2, 4, 6, 8, 10, 12 , ...) $\longrightarrow r = 2$ } razão positiva
- (-7, -3, 1, 5, 9, 13) $\longrightarrow r = 4$ } P.A. crescente
- (90, 80, 70, 60, 50, 40 , ...) $\longrightarrow r = -10$ } razão negativa
- (2, -3, -8, -13, -18, -23) $\longrightarrow r = -5$ } P.A. decrescente
- (8, 8, 8, 8, 8, 8 , ...) $\longrightarrow r = 0$ } razão nula
- } P.A. constante

Note que as seqüências acima obedecem uma lógica: cada termo, após o primeiro, é igual ao anterior somado sempre um mesmo número. Este número é chamado de razão (r).

Para encontrar a razão de uma P.A.

Basta diminuir qualquer termo de seu anterior:



$$a_2 - a_1 = r$$

$$6 - 2 = 4$$

$$a_3 - a_2 = r$$

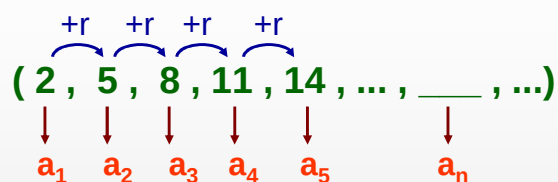
$$10 - 6 = 4$$

$$a_4 - a_3 = r$$

$$14 - 10 = 4$$

Progressão Aritmética – P.A.

Observe um exemplo de P.A. abaixo: É uma P.A. onde $r = 3$



$$a_2 = a_1 + (1)r$$

$$a_3 = a_1 + (2)r$$

$$a_4 = a_1 + (3)r$$

$$a_5 = a_1 + (4)r$$

$$a_6 = a_1 + (5)r$$

$$a_{17} = a_1 + (16)r$$

$$a_{52} = a_1 + (51)r$$

Fórmula do
Termo Geral

$$a_n = a_1 + (n - 1)r$$

$$a_{91} = a_1 + (91 - 1)r$$

$$a_{91} = a_1 + 90 \cdot r$$

É uma P.A de razão 6!

$a_1 = 2$ Quanto vale a_{91} ?

$$a_{91} = a_1 + 90r$$

$$a_{91} = 2 + 90(6)$$

$$a_{91} = 2 + 540 \longrightarrow a_{91} = 542$$

(2, 8, 14, 20, 26, 32, 38, 44, 50, 56, 62, 68,
74, 80, 86, 92, 98, 104, 110, 116, 122, 128, 134, 140,
146, 152, 158, 164, 170, 176, 182, 188, 194, 200, 206, 212,
218, 224, 230, 236, 242, 248, 254, 260, 266, 272, 278, 284,
290, 296, 302, 308, 314, 320, 326, 332, 338, 344, 350, 356,
362, 368, 374, 380, 386, 392, 398, 404, 410, 416, 422, 428,
434, 440, 446, 452, 458, 464, 470, 476, 482, 488, 494, 500,
506, 512, 518, 524, 530, 536, 542, 548, 554, 560, 566, 572,
578, 584, 590, 596, 602, 608, 614, ...)

Termo Geral de uma P.A.

Fórmula do Termo Geral

$$a_n = a_1 + (n - 1)r$$

enésimo
termo

primeiro
termo

posição do
enésimo termo

razão da
P.A.

Exemplo de Exercício de P.A.

Sabendo que uma P.A. tem $a_1 = 8$ e sua razão é igual a 5, determine a_{13} :

Fórmula do
Termo Geral

$$a_n = a_1 + (n - 1)r$$

$$a_{13} = a_1 + (13 - 1)r$$

$$a_{13} = a_1 + 12r$$

$$a_{13} = 8 + 12(5)$$

$$a_{13} = 8 + 60$$

$$a_{13} = 68$$

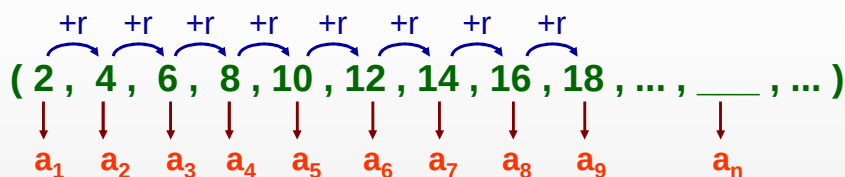
a_{13}



(8, 13, 18, 23, 28, 33, 38, 43, 48, 53, 58, 63, 68, ...)

Progressão Aritmética – P.A.

Pela fórmula do termo geral podemos relacionar qualquer termo da P.A. com outro termo anterior. Observe:



$$a_7 = a_1 + (6) r$$

$$a_7 = a_5 + (2) r$$

$$a_7 = a_2 + (5) r$$

$$a_7 = a_4 + (3) r$$

$$a_9 = a_3 + (6) r$$

Podemos relacionar quaisquer
dois termos da P.A.

$$a_n = a_k + (n - k)r$$

Exemplo de Exercício de P.A.

Sabendo que uma P.A. tem $a_9 = 22$ e $a_5 = 10$ determine sua razão e o primeiro termo:

$$\begin{array}{cccccccccc} -2 & 1 & 4 & 7 & 10 & 13 & 16 & 19 & 22 \\ a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 & a_6 & a_7 & a_8 & a_9 \end{array}$$

$$a_5 = a_1 + (5 - 1)r$$

$$a_5 = a_1 + 4r$$

$$10 = a_1 + 4 \cdot (3)$$

$$10 = a_1 + 12$$

$$10 - 12 = a_1 \rightarrow a_1 = -2$$

$$a_n = a_k + (n - k)r$$

$$a_9 = a_5 + (9 - 5)r$$

$$a_9 = a_5 + 4r$$

$$22 = 10 + 4r$$

$$22 - 10 = 4r$$

$$12 = 4r$$

$$r = 12/4$$

$$r = 3$$

Exercícios de Sala: pág. 2

01) A sequência $(19 - 6x, 2 + 4x, 1 + 6x)$ são termos consecutivos de uma P.A. Então o valor de x é:

$$\begin{array}{ccc} 19 - 6x & 2 + 4x & 1 + 6x \\ \textcircled{a_1} & \textcircled{a_2} & \textcircled{a_3} \end{array}$$

$$a_3 - a_2 = a_2 - a_1$$

$$(1 + 6x) - (2 + 4x) = (2 + 4x) - (19 - 6x)$$

$$1 + 6x - 2 - 4x = 2 + 4x - 19 + 6x$$

$$2x - 1 = 10x - 17$$

$$8x = 16$$

$$x = 2$$

$$a_3 - a_2 = r$$

$$a_2 - a_1 = r$$

$$a_3 - a_2 = a_2 - a_1$$

Para confirmar!

$$(19 - 6x, 2 + 4x, 1 + 6x)$$

$$(19 - 6 \cdot 2, 2 + 4 \cdot 2, 1 + 6 \cdot 2)$$

$$(19 - 12, 2 + 8, 1 + 12)$$

$$(7, 10, 13)$$

Exercícios de Sala: pág. 2

02) Em uma P.A., $a_5 = 30$ e $a_{16} = 118$. Calcular a razão da P.A.:

$$a_5 = 30$$

$$a_{16} = 118$$

$$a_n = a_k + (n - k)r$$

$$a_{16} = a_5 + (16 - 5)r$$

$$118 = 30 + 11r$$

$$11r = 118 - 30$$

$$11r = 88$$

$$r = 88/11$$

$$r = 8$$

Exercícios de Sala: pág. 2

03) Determine a razão de uma P.A. com 10 termos, sabendo que a soma dos dois primeiros é 5 e a soma dos dois últimos é 53?

$$a_1 \quad a_2 \quad a_3 \quad a_4 \quad a_5 \quad a_6 \quad a_7 \quad a_8 \quad a_9 \quad a_{10}$$

Fórmula do
Termo Geral

$$a_n = a_1 + (n - 1)r$$

$$a_2 = a_1 + r$$

$$\begin{cases} a_1 + a_2 = 5 \\ a_9 + a_{10} = 53 \end{cases}$$

$$a_9 = a_1 + 8r$$

$$a_{10} = a_1 + 9r$$

$$\begin{cases} a_1 + a_1 + r = 5 \\ a_1 + 8r + a_1 + 9r = 53 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2a_1 + r = 5 \quad (-1) \\ 2a_1 + 17r = 53 \\ -2a_1 - r = -5 \\ + \quad 2a_1 + 17r = 53 \\ \hline 16r = 48 \end{cases}$$

$$r = 3$$

Representações Especiais

Para facilitar a resolução de problemas em P.A. podemos utilizar os seguintes artifícios:

- para três termos em P.A.

$$x - r, x, x + r \longrightarrow \boxed{\text{razão} = r}$$

- para quatro termos em P.A.

$$x - 3r, x - r, x + r, x + 3r \longrightarrow \boxed{\text{razão} = 2r}$$

- para cinco termos em P.A.

$$x - 2r, x - r, x, x + r, x + 2r \longrightarrow \boxed{\text{razão} = r}$$

Exemplo:

Três números estão em P.A.. A soma deles é 12 e o produto 18.
O termo do meio é:

$$x - r, x, x + r$$

$$(x - r) + (x) + (x + r) = 12$$

$$x - \cancel{r} + x + x + \cancel{r} = 12$$

$$x + x + x = 12$$

$$3x = 12$$

$$x = 12/3$$

$$\boxed{x = 4}$$

Propriedades da P.A.

- Um termo qualquer, excetuando os extremos é a média aritmética entre o termo anterior e o posterior.

(2 , 4 , 6 , 8 , 10 , 12 , 14)

$$4 = \frac{2 + 6}{2}$$

$$6 = \frac{4 + 8}{2}$$

$$10 = \frac{8 + 12}{2}$$

Propriedades da P.A.

- Numa P.A. limitada, a soma dos termos extremos é igual a a soma dos termos equidistantes dos extremos.

- Numa P.A. de quantidade de termos ímpar, o termo central é a média aritmética dos extremos e dos equidistantes aos extremos.

(2 , 5 , 8 , 11 , 14 , 17 , 20)

$$8 + 14 = 22$$

$$5 + 17 = 22$$

$$2 + 20 = 22$$

Interpolação Aritmética

- É a ação de inserir ou interpolar uma quantidade de meios aritméticos entre dois números que vão se tornar extremos de uma progressão aritmética.

A fórmula utilizada é: $a_n = a_k + (n - k)r$

exemplo:

interpolar entre 2 e 20 cinco meios aritméticos:

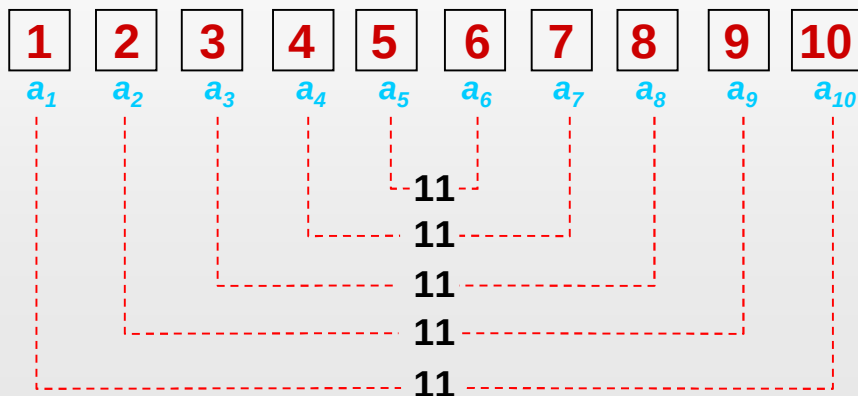
<u>2</u>	<u>5</u>	<u>8</u>	<u>11</u>	<u>14</u>	<u>17</u>	<u>20</u>	$a_7 = a_1 + 6r$
a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	$20 = 2 + 6r$
							$20 - 2 = 6r$
							$18 = 6r$
							$r = 3$

Soma de Termos da P.A.

- A soma de Termos de uma P.A. é dada pela fórmula:

$$S_n = \left(\frac{a_1 + a_n}{2} \right) \cdot n$$

exemplo: somar os números inteiros de 1 até 10:



Soma de Termos da P.A.

- A soma de Termos de uma P.A. é dada pela fórmula:

$$S_n = \left(\frac{a_1 + a_n}{2} \right) \cdot n$$

exemplo: somar o números inteiros de 1 até 10:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8	a_9	a_{10}

$$a_1 = 1$$

$$a_{10} = 10$$

$$n = 10$$

$$S_{10} = \left(\frac{1 + 10}{2} \right) \cdot 10$$

$$S_{10} = \frac{11}{2} \cdot 10^5 \quad S_{10} = 55$$

Exercícios de Sala: pág. 5

01) Quantos meios aritméticos devemos interpolar entre 100 e 124 para que a razão seja 4?

100	104	108	112	116	120	124
a_1						a_n

$$a_n = a_k + (n - k)r$$

$$a_n = a_1 + (n - 1)r$$

$$124 = 100 + (n - 1)4$$

$$24 = (n - 1)4$$

$$24/4 = (n - 1)$$

$$6 = (n - 1) \quad n = 7$$

se $n = 7$,
então a P.A.
tem 7 termos,
logo vamos
interpoliar 5
meios
aritméticos.

$$(a + b)^2 = (a + b)(a + b)$$

$$(a + b)^2 = a^2 + ab + ab + b^2$$

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

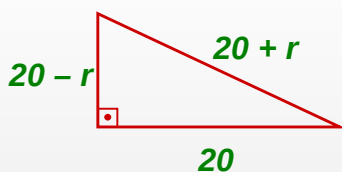
$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - \cancel{ab} + \cancel{ab} - b^2$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

Exercícios de Sala: pág. 5

02) O perímetro de um triângulo retângulo mede 60m. Sabendo que seus lados estão em P.A., o valor da hipotenusa, é:



$$(x - r) + (x) + (x + r) = 60$$

$$\cancel{x - r} + x + \cancel{x + r} = 60$$

$$3x = 60$$

$$x = 60/3$$

$$x = 20$$

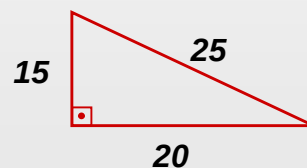
$$(20 + r)^2 = (20 - r)^2 + (20)^2$$

$$\cancel{400} + \cancel{40r} + \cancel{r^2} = \cancel{400} - \cancel{40r} + \cancel{r^2} + 400$$

$$40r = -40r + 400$$

$$80r = 400$$

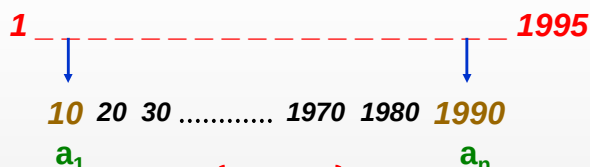
$$r = 5$$



Exercícios de Sala: pág. 5

03) Marque no cartão resposta a ÚNICA proposição correta. A soma dos múltiplos de 10, compreendidos entre 1 e 1995, é:

- 01. 198.000
- 02. 19.950
- 04. 199.000
- 08. 1.991.010
- 16. 19.900



$$a_n = a_1 + (n - 1) r$$

$$1990 = 10 + (n - 1) 10$$

$$\cancel{1980} = \cancel{(n - 1) 10}$$

$$198 = (n - 1)$$

$$n = 199$$

$$S_n = \left(\frac{a_1 + a_n}{2} \right) \cdot n$$

$$S_n = \left(\frac{10 + 1990}{2} \right) \cdot 199$$

$$S_n = \frac{2000}{2} \cdot 199$$

$$S_n = 1000 \cdot 199 \rightarrow S_n = 199000$$

Progressão Geométrica – P.G.

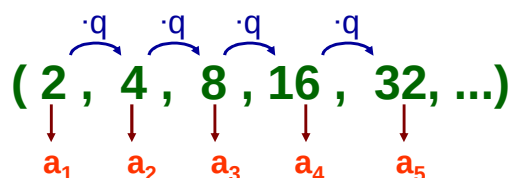
Observe as seqüências numéricas abaixo:

- (2, 4, 8, 16, 32, 64 , ...) → $q = 2$ $a_1 > 0$ e $q > 1$ P.G. crescente
- (-81, -27, -9, -3, -1) → $q = 1/3$ $a_1 < 0$ e $0 < q < 1$
- (1000, 500, 250, 125 , ...) → $q = 1/2$ $a_1 > 0$ e $0 < q < 1$
- (-10, -30, -90, -270, -810) → $q = 3$ $a_1 < 0$ e $q > 1$ P.G. decrescente
- (5, -10, 20, -40, 80, -160) → $q = -2$ $q < 0$ P.G. alternante
- (8, 8, 8, 8, 8, 8 , ...) → $q = 1$ $q = 1$ P.G. constante

Observe que cada termo, após o primeiro, é igual ao anterior multiplicado sempre um mesmo número. Este número é chamado de razão (q).

Para encontrar a razão de uma P.G.

Basta dividir qualquer termo de seu anterior:



$$\frac{a_2}{a_1} = q$$

$$\frac{a_3}{a_2} = q$$

$$\frac{a_4}{a_3} = q$$

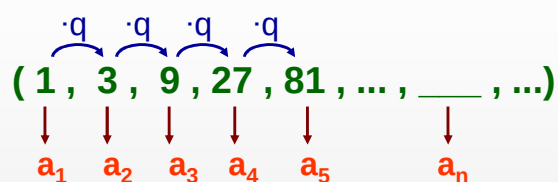
$$\frac{4}{2} = 2$$

$$\frac{8}{4} = 2$$

$$\frac{16}{8} = 2$$

Progressão Geométrica – P.G.

Observe um exemplo de P.G. abaixo: É uma P.G. onde $q = 3$



$$a_2 = a_1 \cdot q^{(1)}$$

$$a_3 = a_1 \cdot q^{(2)}$$

$$a_4 = a_1 \cdot q^{(3)}$$

$$a_5 = a_1 \cdot q^{(4)}$$

$$a_6 = a_1 \cdot q^{(5)}$$

$$a_{12} = a_1 \cdot q^{(11)}$$

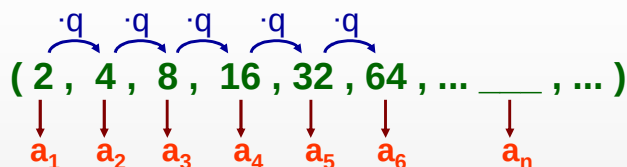
$$a_{61} = a_1 \cdot q^{(60)}$$

Fórmula do
Termo Geral

$$a_n = a_1 \cdot q^{(n-1)}$$

Progressão Geométrica – P.G.

Pela fórmula do termo geral podemos relacionar qualquer termo da P.G. com outro termo anterior. Observe:



$$a_6 = a_1 \cdot q^{(5)}$$

$$a_6 = a_4 \cdot q^{(2)}$$

$$a_6 = a_2 \cdot q^{(4)}$$

$$a_6 = a_3 \cdot q^{(3)}$$

$$a_9 = a_5 \cdot q^{(4)}$$

Podemos relacionar quaisquer dois termos da P.G.

$$a_n = a_k \cdot q^{(n-k)}$$

Exercícios de Sala: pág. 7

01) A sequência $(2x + 5, x + 1, x/2, \dots)$ é uma progressão geométrica de termos positivos. O décimo terceiro termo dessa sequência é:

$$\begin{array}{ccc} 2x + 5 & , & x + 1 & , & x/2 \\ a_1 & & a_2 & & a_3 \end{array}$$

$$(a_2)^2 = a_1 \cdot a_3$$

$$(x + 1)^2 = (2x + 5) \cdot \left(\frac{x}{2}\right)$$

$$\cancel{x^2} + 2x + 1 = \cancel{x^2} + \frac{5x}{2}$$

$$4x + 2 = 5x$$

$$2 = 5x - 4x \rightarrow x = 2$$

$$\frac{a_2}{a_1} = q \quad \frac{a_3}{a_2} = q$$

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{a_3}{a_2}$$

$$(a_2)^2 = a_1 \cdot a_3$$

$$2x + 5, x + 1, x/2$$

$$2(2) + 5, (2) + 1, 2/2$$

$$9, 3, 1, \dots$$

Exercícios de Sala: pág. 7

01) A sequência $(2x + 5, x + 1, x/2, \dots)$ é uma progressão geométrica de termos positivos. O décimo terceiro termo dessa sequência é:

Fórmula do Termo Geral

$$a_n = a_1 \cdot q^{(n-1)}$$

$$2x + 5, \quad x + 1, \quad x/2$$

$$a_1, \quad a_2, \quad a_3$$

$$9, \quad 3, \quad 1, \dots \longrightarrow q = 1/3$$

$$a_{13} = a_1 \cdot q^{(12)}$$

$$a_{13} = 9 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{(12)}$$

$$3^2 \quad 3^{-1}$$

$$a_{13} = 3^2 \cdot 3^{-12}$$

$$a_{13} = 3^{2 + (-12)}$$

$$a_{13} = 3^{2 - 12}$$

$$a_{13} = 3^{-10}$$

Exercícios de Sala: pág. 7

02) Determine o número de termos da P.G. $(3, 6, \dots, 768)$:

$$\frac{a_2}{a_1} = q$$

$$\frac{6}{3} = q$$

$$q = 2$$

$$(3, 6, \dots, 768)$$

$$a_1, \quad a_2, \quad a_n$$

$$a_n = a_1 \cdot q^{(n-1)}$$

$$768 = 3 \cdot 2^{(n-1)}$$

$$\frac{768}{3} = 2^{(n-1)}$$

$$256 = 2^{(n-1)}$$

$$2^8 = 2^{(n-1)}$$

$$8 = n - 1 \longrightarrow 8 + 1 = n \longrightarrow n = 9$$

A P.G. tem nove termos!

$$\begin{array}{r} 256 \\ 128 \\ 64 \\ 32 \\ 16 \\ 8 \\ 4 \\ 2 \\ 1 \end{array} \begin{array}{l} 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2^8 \end{array}$$

Exercícios de Sala: pág. 7

03) Em uma progressão geométrica o primeiro termo é 2 e o quarto é 54. O quinto termo dessa P.G. é:

$$a_1 = 2 \text{ e } a_4 = 54$$

$$a_n = a_1 \cdot q^{(n-1)}$$

$$a_4 = a_1 \cdot q^{(4-1)}$$

$$54 = 2 \cdot q^3$$

$$\frac{54}{2} = q^3$$

$$27 = q^3$$

$$\sqrt[3]{27} = q$$

$$q = 3$$

$$a_5 = a_4 \cdot q$$

$$a_5 = 54 \cdot 3$$

$$a_5 = 162$$

Representações Especiais

Para facilitar a resolução de problemas em P.G. podemos utilizar os seguintes artifícios:

- para três termos em P.G.

$$\frac{x}{q}, x, x \cdot q$$

$$\longrightarrow \text{razão} = q$$

- para quatro termos em P.G.

$$\frac{x}{q^3}, \frac{x}{q}, x \cdot q, x \cdot q^3$$

$$\longrightarrow \text{razão} = q^2$$

Propriedades da P.G.

- Numa P.G. de três termos (a_1, a_2, a_3) podemos dizer que o termo central é a média geométrica entre o anterior (a_1) e o posterior (a_3), ou seja:

$$(a_1, a_2, a_3)$$

$$(a_2)^2 = a_1 \cdot a_3$$

Propriedades da P.G.

- Numa P.G. limitada, o produto dos extremos é igual ao produto dos termos equidistantes dos extremos.

$$(2, 4, 8, 16, 32, 64)$$

$$8 \cdot 16 = 128$$

$$4 \cdot 32 = 128$$

$$2 \cdot 64 = 128$$

Interpolação Geométrica

- É a ação de inserir ou interpolar uma quantidade de meios geométricos entre dois números que vão se tornar extremos de uma progressão geométrica.

A fórmula utilizada é: $a_n = a_k \cdot q^{(n-k)}$

exemplo:

interpolar entre 1 e 243 quatro meios geométricos:

1	3	9	27	81	243	$a_6 = a_1 \cdot q^5$
a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	$243 = 1 \cdot q^5$
						$243 = q^5$
						$\sqrt[5]{243} = q$
						$q = 3$

Produto dos termos de uma P.G.

- O módulo do produto dos termos de uma P.G. finita é dado pela fórmula:

$$|P_n| = \sqrt{(a_1 \cdot a_n)^n}$$

Soma de Termos de uma P.G.

- Podemos somar os termos de uma P.G. finita ou infinita.

Se for uma P.G. finita:

$$S_n = \frac{a_1 (q^n - 1)}{q - 1}$$

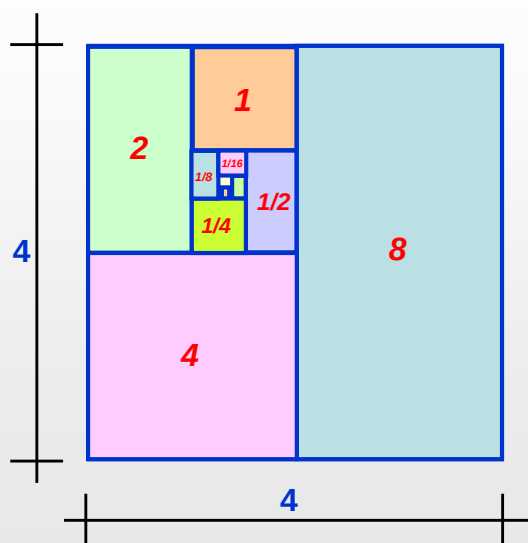
ou

$$S_n = \frac{a_n \cdot q - a_1}{q - 1}$$

Se a razão da P.G. for igual a 1,
basta calcular: $S_n = n \cdot a_1$

Se for uma P.G. infinita:

$$8 + 4 + 2 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} \dots = 16$$



• área completa do quadrado igual a 16 u.a.

8	
4	
2	
1	
0,5	
0,25	
0,125	
0,0625	
+ 0,03125	
	15,96875

Se for uma P.G. infinita:

Dada uma P.G. em que $0 < |q| < 1$, sua soma pode ser calculada pela fórmula:

$$S_{\infty} = \frac{a_1}{1 - q}$$

$$8 + 4 + 2 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} \dots = 16$$

$$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$$

$$a_1 \quad a_2 \quad a_3 \quad a_4 \quad a_5 \quad a_6 \quad a_7 \quad a_8 \quad a_9 \dots$$

$$S_{\infty} = \frac{a_1}{1 - q} \rightarrow S_{\infty} = \frac{8}{1 - \frac{1}{2}} \rightarrow S_{\infty} = \frac{8}{\frac{1}{2}} \rightarrow S_{\infty} = 16$$

$$\text{sempre que } q = \frac{1}{2} \rightarrow S_{\infty} = 2 \cdot a_1$$

Exercícios de Sala: pág. 10

01) A soma de três termos em P.G. vale 14 e o produto 64. Calcule a razão dessa P.G.:

$$\frac{x}{q} \cdot x \cdot x \cdot q = 64$$

$$\frac{x \cdot x \cdot x \cdot \cancel{q}}{\cancel{q}} = 64$$

$$x^3 = 64$$

$$x = \sqrt[3]{64} \rightarrow x = 4$$

$$\text{se } q = \frac{1}{2} \rightarrow 8, 4, 2$$

$$\text{se } q = 2 \rightarrow 2, 4, 8$$

$$\frac{x}{q} + x + x \cdot q = 14$$

$$\frac{4}{q} + 4 + 4 \cdot q = 14$$

$$\frac{4}{q} + 4 \cdot q = 10$$

$$\frac{4 + 4q^2}{\cancel{q}} = \frac{10q}{\cancel{q}}$$

$$4q^2 - 10q + 4 = 0 \quad \div (2)$$

$$2q^2 - 5q + 2 = 0$$

$$q' = \frac{1}{2} \quad \text{ou} \quad q'' = 2$$

Exercícios de Sala: pág. 10

02) Numa P.G. de 10 termos, sabe-se que $S_{10} = 3069$ e que a razão vale 2, o valor do quinto termo é:

$$S_n = \frac{a_1 (q^n - 1)}{q - 1}$$

$$a_1 = 3 \text{ e } q = 2$$

$$S_{10} = \frac{a_1 (2^{10} - 1)}{2 - 1}$$

$$a_5 = a_1 \cdot q^4$$

$$a_5 = 3 \cdot 2^4$$

$$3069 = a_1 (1024 - 1)$$

$$a_5 = 3 \cdot 16$$

$$3069 = a_1 (1023)$$

$$a_5 = 48$$

$$\frac{3069}{1023} = a_1 \rightarrow a_1 = 3$$

Exercícios de Sala: pág. 10

03) A solução da equação: $x + \frac{x}{3} + \frac{x}{9} + \frac{x}{27} + \dots = 15$ é:

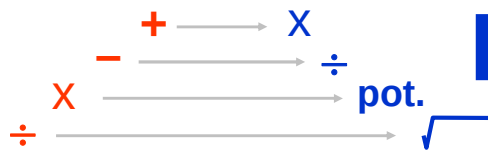
• trata-se da soma de infinitos termos de uma P.G. onde $a_1 = x$ e $q = \frac{1}{3}$

$$S_\infty = \frac{a_1}{1 - q}$$

$$15 = \frac{x}{1 - \frac{1}{3}} \rightarrow 15 = \frac{x}{\frac{2}{3}} \rightarrow 15 \cdot \frac{3}{2} = x$$

$$x = 10$$

P.A.



P.G.

$$a_8 = a_1 + 7r$$

$$a_8 = a_1 \cdot q^{(7)}$$

$$a_{13} = a_{10} + 3r$$

$$a_{13} = a_{10} \cdot q^{(3)}$$

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$$

$$|P_n| = \sqrt{(a_1 \cdot a_n)^n}$$

$$x - r, x, x + r$$

$$\frac{x}{q}, x, x \cdot q$$